過去問プラス　数的推理 No. 18

特別区Ⅰ類　2016　平面図形の計量

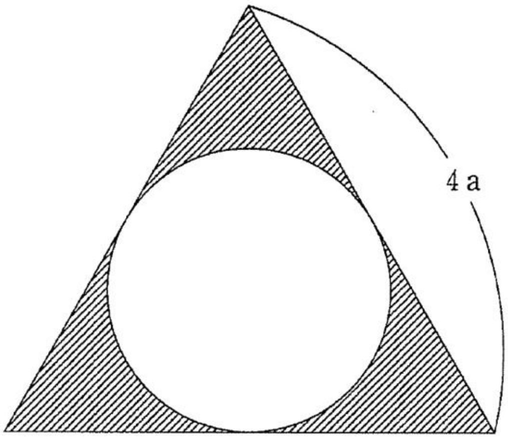
難易度　★★

重要度　★★★★★

参考項目　数的推理ザ・ベストプラス　#30、31

問題

　次の図のような、一辺の長さが４ａの正三角形とその内接する円で構成された斜線部の面積はどれか。ただし、円周率は π とする。



1　$\left(4\sqrt{3}-\frac{1}{3}\pi\right)a^2$

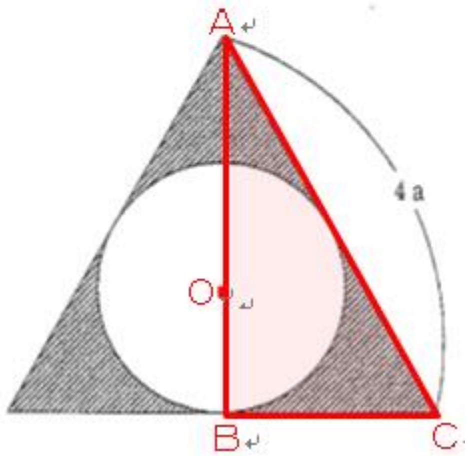
2　$\left(4\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi\right)a^2$

3　$(4\sqrt{3}-\pi)a^2$

4　$\left(4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi\right)a^2$

5　$\left(4\sqrt{3}-\frac{5}{3}\pi\right)a^2$

解説



　正三角形の面積から内接円の面積を引いて求めます。

　図のように正三角形の右半分の直角三角形をＡＢＣとすると、この三角形は、1：2：$\sqrt{3}$の形ですから、ＢＣ＝2ａ、ＡＢ＝$2\sqrt{3}$ａとなります。

　これより、正三角形の面積は、以下のようになります。

$$4a \times 2\sqrt{3}a \div 2 = 4\sqrt{3}a^2 \quad \cdots①$$

　また、正三角形において、内接円の中心Ｏは重心（ザ・ベストプラスｐ.291～292）になりますから、内接円の半径ＯＢは、$\frac{1}{3}$ＡＢ＝$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ａ となります。

　これより、内接円の面積は、以下のようになります。

$$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^2\pi=\frac{4}{3}\pi a^2 \quad \cdots ②$$

よって、①－②より、求める面積は以下のようになり、正解は肢４です。

$$4\sqrt{3}a^2-\frac{4}{3}\pi a^2=\left(4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi\right)a^2$$

正解　４